



**CONCOURS OUVERTS LES 11, 12, 13 et 14 juin 2019  
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS  
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**CONCOURS INTERNE, EXTERNE et 3<sup>ème</sup> CONCOURS**

**4<sup>ème</sup> EPREUVE D'ADMISSIBILITE  
(Durée 4 heures – Coefficient 3)**

**Vendredi 14 juin 2019**

**STATISTIQUES**

**SUJET :**

**Le sujet comporte 6 pages + celle-ci.**

**Exo 1: Moyen Âge (3.5 points)** À la foire annuelle de Sherwood, une attraction remporte un franc succès, il s'agit du lancer de panse de brebis. Chaque participant paye 1 pièce pour participer et gagne 2 pièces si la panse atterrit au centre d'une cible tracée au sol à 20 coudées (environ 9 mètres) du lanceur, 1,5 pièce si la panse atterrit sur la cible (mais pas au centre) et rien s'il manque la cible.

On supposera que le résultat du tir est donné par une variable aléatoire  $X$  dont les paramètres dépendent de l'agilité du tireur et de l'état de fraîcheur de la panse de brebis. Les gains sont alors les suivants :

Gain	Condition
2	$ X  \leq 0.05$
1.5	$0.05 <  X  \leq 0.1$
0	$ X  > 0.1$

Dans un premier temps, c'est JACK-LE-BORGNE dont les résultats suivent une loi normale de paramètres  $E(X_A) = 0.1$ , et  $\sigma_{X_A} = 0.1$  qui tente sa chance.

- Q 1. (0.5 point) *Quelle est la probabilité que Jack tape dans le centre de la cible ?*  
 Q 2. (0.5 point) *Quelle est la probabilité qu'il touche la cible mais pas le centre ?*  
 Q 3. (0.5 point) *Déduisez son espérance de bénéfice.*

Ensuite, c'est HARRY LA TREMBLOTTE, dont les résultats suivent une loi normale de paramètres  $E(X_B) = 0$  et  $\sigma_{X_B} = 0.2$ , qui essaie.

- Q 4. (0.5 point) *En comparaison à ceux de Jack, quel sens pouvez-vous donner aux paramètres d'Harry ?*  
 Q 5. (0.5 point) *Peut-on considérer qu'Harry est meilleur que Jack à ce jeu ?*

Harry est, par nature, un tricheur. Il envisage donc un stratagème assez osé qui consiste à élargir la cible<sup>1</sup>. Cela va se traduire par une modifications du tableau des gains de la manière suivante.

Gain	Condition
2	$ X  \leq 0.05$
1.5	$0.05 <  X  \leq \ell$
0	$ X  > \ell$

- Q 6. (1 point) *Pour quelles valeurs de  $\ell$ , Harry peut-il espérer un bénéfice positif ?*

**Exo 2: Stéréotype (1.5 point)** Les clichés sur les étudiants ont la dent dure. En particulier, la tenue vestimentaire des étudiants ne serait pas la même selon les UFR considérées. Sur le campus de l'université, on peut croiser des étudiants en Droit, en Eco et en STAPS. Leurs tenues peuvent être sportive, décontractée ou stricte. Les données sont les suivantes :

UFR	Droit	Eco	STAPS	
Effectif	300	160	280	740
Tenue				
Sportive	12 %	26,25%	50%	
Décontractée	38%	53,75%	35%	
Stricte	50%	20%	15%	
Total	100%	100%	100%	

1. Personne n'a dit qu'Harry était très malin...

**Q 1. (1.5 point)** *Si vous vous promenez dans ce bâtiment et que vous croisez un étudiant avec une tenue sportive, quelle est son domaine d'étude le plus probable ? Même question pour les deux autres types de tenue ?*

**Exo 3: Urnes (3 points)** Une urne peut être composée de deux façons : selon la composition  $C_1$ , elle contient 5 boules rouges, 9 boules vertes et 6 boules bleues., selon la composition  $C_2$ , elle contient 8 boules rouges, 6 boules vertes et 2 boules bleues.

La probabilité que l'urne soit composée selon  $C_1$  est de  $1/4$ .

Avant chacune des questions à venir, on reviendra à cette configuration.

**Q 1. (0.5 point)** *Quelle est la probabilité de tirer une boule verte ?*

**Q 2. (0.5 point)** *Si l'on a tiré une boule rouge, quelle est la probabilité que l'urne soit composée selon  $C_1$  ?*

**Q 3. (1 point)** *Combien de boules vertes faudrait-il ajouter à la composition  $C_1$  pour que le fait de tirer une boule bleue soit indépendant de la composition de l'urne ?*

**Q 4. (1 point)** *Comment faudrait-il modifier la probabilité que l'urne soit composée selon  $C_1$  pour que la probabilité de tirer une boule verte soit supérieure à celle de tirer une boule rouge ?*

**Exo 4: Colis (2 points)** Après avoir pesé 12 colis d'un même fournisseur, on donne pour moyenne  $m$  du poids  $X$  d'un colis, l'intervalle de confiance de niveau 95%  $m \in [390; 520]$ .

**Q 1. (1 point)** *Donnez l'estimation de la moyenne et de l'écart-type de  $X$ .*

**Q 2. (1 point)** *Donnez un intervalle de confiance de niveau 95% de la variance de  $X$ .*

**Exo 5: Céréales et système métrique (4 points)**

Une entreprise fabrique des céréales qu'elle conditionne dans des sachets plastiques anonymes pour des distributeurs qui se chargeront de placer ces sachets dans un packaging dont les compagnies de céréales ont le secret.

Les mêmes céréales sont donc vendues sur le marché européen en boîtes de 180 grammes et sur le marché britannique en boîtes de 6 onces soit 170 grammes.

Afin de contrôler la fiabilité de son fournisseur, un distributeur décide de prélever aléatoirement échantillon de 15 boîtes destinées au marché européen et obtient un poids moyen de 176 g et une variance empirique de 145.

**Q 1. (2 points)** *Faut-il s'inquiéter de ce résultat ? ( $\alpha = 5\%$ )*

*En fait, la crainte du vendeur de céréales est d'avoir mis des sachets de 170 grammes dans les boîtes prévues pour le marché européen de 180 grammes.*

**Q 2. (2 points)** *Si l'on se base sur le test de la question précédente, quelle est la probabilité de détecter ce problème ? À quelle notion fondamentale de la théorie des tests se réfère cette problématique ?*

**Exo 6: Viaje a España (3 points)**

Un groupe de collégiens réalise un séjour linguistique en Espagne. Pour des raisons d'organisation, les enfants sont accueillis en auberge de jeunesse et l'enseignant se demande si, malgré cela, ce séjour sera profitable. Pour répondre à son hypothèse, il réalise pour chaque élève, deux évaluations dont la mesure consiste en la vitesse de production de mots en espagnol. La première évaluation est réalisée avant le séjour et la seconde après le séjour hispanique. Les résultats obtenus sont retranscrits dans le tableau suivant :

**Q 1.** *Avec un niveau de confiance de 95%, peut-on considérer que les collégiens ont progressé ? on supposera que les hypothèses de distribution requises pour mener ce test sont satisfaites.*

<i>Evaluation 1</i>	<i>Evaluation 2</i>
1423	1324
1450	1355
1242	1234
1325	1422
1425	1324
1625	1565
1342	1345
1522	1520
1554	1423
1325	1253
1432	1652
1541	1423
1324	1221
1234	1421
1523	1453
1421	1342
1342	1322
1425	1223
1664	1651

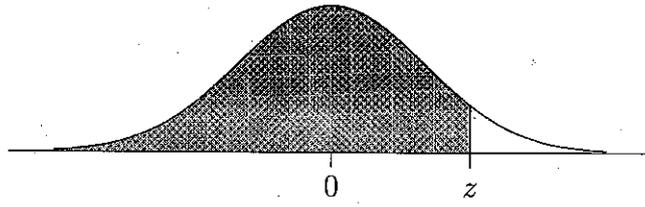
**Exo 7: Hospitalisation (3 points)** Une enquête est réalisée sur la prévalence de la dépression chez 300 sujets âgés de 40 à 60 ans. On rapporte le nombre de sujets déclarant « prendre un traitement antidépresseur » ainsi que leur pratique sportive (sportif ou sédentaire).

	Sportif	Sédentaire
Dépression	53	42
Pas de dépression	110	95

**Q 1. (2 points)** Avec un niveau de confiance de 95%, peut-on considérer que l'absence de pratique sportive a un impact sur la prévalence de la dépression ?

**Q 2. (1 point)** Sans préjuger de la réponse obtenue à la question précédente, ce type de test est-il de nature à aboutir à une recommandation de la pratique sportive pour éviter la dépression ?

**Fonction de Répartition Loi Normale  $\mathcal{N}(0, 1^2)$**   
 $P(\mathcal{N}(0, 1^2)) < z$

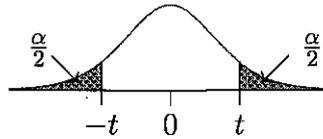


	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

### Loi de Student

Valeur de  $t$  ayant la probabilité  $\alpha$   
d'être dépassée en module

$$P(|T_\nu| > t) = \alpha$$

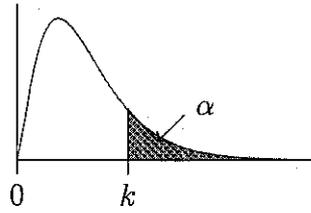


$\alpha$ $\nu = \text{ddl}$	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	0,02	0,01
1	2,4142	3,0777	4,1653	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567
2	1,6036	1,8856	2,2819	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248
3	1,4226	1,6377	1,9243	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409
4	1,3444	1,5332	1,7782	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041
5	1,3009	1,4759	1,6994	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321
6	1,2733	1,4398	1,6302	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074
7	1,2543	1,4149	1,6166	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995
8	1,2403	1,3968	1,5922	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554
9	1,2297	1,3830	1,5737	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498
10	1,2213	1,3722	1,5592	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693
11	1,2145	1,3634	1,5476	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058
12	1,2089	1,3562	1,5380	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545
13	1,2041	1,3502	1,5299	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123
14	1,2001	1,3450	1,5231	1,7619	2,1448	2,6245	2,9768
15	1,1967	1,3406	1,5172	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467
16	1,1937	1,3368	1,5121	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208
17	1,1910	1,3334	1,5077	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982
18	1,1887	1,3304	1,5037	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784
19	1,1866	1,3277	1,5002	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609
20	1,1848	1,3253	1,4970	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453
21	1,1831	1,3232	1,4942	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314
22	1,1815	1,3212	1,4916	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188
23	1,1802	1,3195	1,4893	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073
24	1,1789	1,3178	1,4871	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969
25	1,1777	1,3163	1,4852	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874
26	1,1766	1,3150	1,4834	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787
27	1,1756	1,3137	1,4817	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707
28	1,1747	1,3125	1,4801	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633
29	1,1739	1,3114	1,4787	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564
30	1,1731	1,3104	1,4774	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500
40	1,1673	1,3031	1,4677	1,6839	2,0211	2,4233	2,7045
50	1,1639	1,2987	1,4620	1,6759	2,0086	2,4033	2,6778
60	1,1616	1,2958	1,4582	1,6706	2,0003	2,3901	2,6603
70	1,1600	1,2938	1,4555	1,6669	1,9944	2,3808	2,6479
80	1,1588	1,2922	1,4535	1,6641	1,9901	2,3739	2,6387
90	1,1578	1,2910	1,4519	1,6620	1,9867	2,3685	2,6316
100	1,1571	1,2901	1,4507	1,6602	1,9840	2,3642	2,6259
110	1,1565	1,2893	1,4497	1,6588	1,9818	2,3607	2,6213
120	1,1559	1,2886	1,4488	1,6577	1,9799	2,3578	2,6174
$\infty$	1,1504	1,2816	1,4396	1,6449	1,9600	2,3265	2,5760

Loi de  $\chi^2$

Valeur de  $k$  ayant la probabilité  $\alpha$   
d'être dépassée

$$P(\chi^2_\nu > k) = \alpha$$



$\alpha$ $\nu = ddf$	0,99	0,975	0,95	0,9	0,5	0,1	0,05	0,025	0,01
1	0,000	0,001	0,004	0,016	0,455	2,706	3,841	5,024	6,635
2	0,020	0,051	0,103	0,211	1,386	4,605	5,991	7,378	9,210
3	0,115	0,216	0,352	0,584	2,366	6,251	7,815	9,348	11,345
4	0,297	0,484	0,711	1,064	3,357	7,779	9,488	11,143	13,277
5	0,554	0,831	1,145	1,610	4,351	9,236	11,070	12,833	15,086
6	0,872	1,237	1,635	2,204	5,348	10,645	12,592	14,449	16,812
7	1,239	1,690	2,167	2,833	6,346	12,017	14,067	16,013	18,475
8	1,646	2,180	2,733	3,490	7,344	13,362	15,507	17,535	20,090
9	2,088	2,700	3,325	4,168	8,343	14,684	16,919	19,023	21,666
10	2,558	3,247	3,940	4,865	9,342	15,987	18,307	20,483	23,209
11	3,053	3,816	4,575	5,578	10,341	17,275	19,675	21,920	24,725
12	3,571	4,404	5,226	6,304	11,340	18,549	21,026	23,337	26,217
13	4,107	5,009	5,892	7,042	12,340	19,812	22,362	24,736	27,688
14	4,660	5,629	6,571	7,790	13,339	21,064	23,685	26,119	29,141
15	5,229	6,262	7,261	8,547	14,339	22,307	24,996	27,488	30,578
16	5,812	6,908	7,962	9,312	15,338	23,542	26,296	28,845	32,000
17	6,408	7,564	8,672	10,085	16,338	24,769	27,587	30,191	33,409
18	7,015	8,231	9,390	10,865	17,338	25,989	28,869	31,526	34,805
19	7,633	8,907	10,117	11,651	18,338	27,204	30,144	32,852	36,191
20	8,260	9,591	10,851	12,443	19,337	28,412	31,410	34,170	37,566
21	8,897	10,283	11,591	13,240	20,337	29,615	32,671	35,479	38,932
22	9,542	10,982	12,338	14,041	21,337	30,813	33,924	36,781	40,289
23	10,196	11,689	13,091	14,848	22,337	32,007	35,172	38,076	41,638
24	10,856	12,401	13,848	15,659	23,337	33,196	36,415	39,364	42,980
25	11,524	13,120	14,611	16,473	24,337	34,382	37,652	40,646	44,314
26	12,198	13,844	15,379	17,292	25,336	35,563	38,885	41,923	45,642
27	12,879	14,573	16,151	18,114	26,336	36,741	40,113	43,195	46,963
28	13,565	15,308	16,928	18,939	27,336	37,916	41,337	44,461	48,278
29	14,256	16,047	17,708	19,768	28,336	39,087	42,557	45,722	49,588
30	14,953	16,791	18,493	20,599	29,336	40,256	43,773	46,979	50,892
40	22,164	24,433	26,509	29,051	39,335	51,805	55,758	59,342	63,691
50	29,707	32,357	34,764	37,689	49,335	63,167	67,505	71,420	76,154
60	37,485	40,482	43,188	46,459	59,335	74,397	79,082	83,298	88,379
70	45,442	48,758	51,739	55,329	69,334	85,527	90,531	95,023	100,425
80	53,540	57,153	60,391	64,278	79,334	96,578	101,879	106,629	112,329
90	61,754	65,647	69,126	73,291	89,334	107,565	113,145	118,136	124,116
100	70,065	74,222	77,929	82,358	99,334	118,498	124,342	129,561	135,807
110	78,458	82,867	86,792	91,471	109,334	129,385	135,480	140,917	147,414
120	86,923	91,573	95,705	100,624	119,334	140,233	146,567	152,211	158,950