



**CONCOURS OUVERTS LES 8, 9, 10 et 11 septembre 2020  
POUR L'ADMISSION AU CYCLE DE FORMATION DES ELEVES DIRECTEURS  
D'ETABLISSEMENTS SANITAIRES, SOCIAUX ET MEDICO-SOCIAUX**

**CONCOURS INTERNE, EXTERNE et 3<sup>ème</sup> CONCOURS**

**4<sup>ème</sup> EPREUVE D'ADMISSIBILITE  
(Durée 4 heures – Coefficient 3)**

**Vendredi 11 septembre 2020**

**STATISTIQUES**

**SUJET :**

**Le sujet comporte 6 pages + celle-ci.**

**Exercice 1 : Loi binomiale (1 point)**

Soit  $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(n, p)$  une variable aléatoire binomiale de paramètres  $n$  et  $p$ .  
Montrez que  $E(X) = n.p$  et  $V(X) = n.p(1 - p)$ .

**Exercice 2 : Densité (3 points)**

On considère la fonction  $f(x) = k.(6 - 3x^2)$  définie sur l'intervalle  $[0, 1]$ .

**Q 1. (1 point)** Après en avoir rappelé les conditions, déterminez la valeur du paramètre  $k$  qui permet de considérer  $f(x)$  comme la fonction de densité d'une variable aléatoire  $X$ .

**Q 2. (1 point)** Écrivez la fonction de répartition de  $X$  et calculez  $P(X < 0.5)$ .

**Q 3. (1 point)** Calculez  $E(X)$  et  $V(X)$ .

**Exercice 3 : Écart (1 point)**

On considère une variable aléatoire  $X$  telle que :

$$E(5.X^2 - 12) = 243$$

$$E(12.X - 5) = 79$$

**Q 1. (0.5 point)** Que vaut  $V(3.X - 2)$  ?

**Q 2. (0.5 point)** Si l'on suppose que  $X$  suit une loi normale, que vaut la probabilité que l'écart entre variable aléatoire  $X$  et son espérance soit supérieur à 2 ?

**Exercice 4 : Surbooking (4 points)**

Un vol Marseille - Paris est assuré par un Airbus de 150 places. Pour ce vol, la probabilité pour qu'une personne confirme son billet est  $p \in ]0; 1[$ . Les clients provenant d'horizons variés, on peut supposer que leurs décisions sont indépendantes. Pariant sur d'éventuelles défections, la compagnie décide de vendre  $n \geq 150$  billets. Soit  $X_n$  la variable aléatoire "Nombre de personnes parmi les  $n$  possibles, ayant confirmé leur réservation pour ce vol".

**Q 1. (0.5 point)** Quelle est la loi exacte suivie par  $X_n$  ? et quelles approximations peut-on en faire ?

**Q 2. (2 points)** Exprimez, en fonction de  $p$ , le nombre maximum de places que la compagnie peut vendre pour que, dans au moins 95% des cas, elle soit sûre que tout le monde puisse monter dans l'avion ? et donnez en les valeurs pour  $p = 0,75$  et  $p = 0,90$ . Qu'en concluez vous ?

Le coût d'exploitation de cette liaison est 12000€. On suppose que les billets sont vendus, en moyenne 100€, qu'un client ne confirmant pas son vol est remboursé, en moyenne 30€ (ce qui signifie un gain moyen de 70€) et qu'un client surbooké coûte en moyenne 250€ à la compagnie (ce qui signifie dans ce cas, une perte moyenne de 150€).

**Q 3. (0.5 point)** Si la compagnie décide de vendre  $V = 150$  billets, donnez le niveau de profit  $\Pi(V, X)$  atteint en fonction de  $X$  le nombre de personnes se présentant à l'embarquement.

**Q 4. (0.5 point)** Si la compagnie décide de vendre  $V = 170$  billets, donnez le niveau de profit si  $X$  le nombre de personnes se présentant à l'embarquement est de 155.

**Q 5. (0.5 point)** Généralisez ce résultat.

**Exercice 5 : Continuité pédagogique (4 points)**

Des mesures de confinement, incluant notamment la fermeture des écoles, ont été décidées pour faire face à une épidémie. Le Ministère de l'éducation a décidé de mettre en place un dispositif de continuité pédagogique destiné à ne pas couper le contact entre les élèves et les enseignants. Ce dispositif nécessite l'implication des parents. Il s'avère que sociologiquement, tous les enfants ne sont pas égaux face à ce dispositif.

Dans une école, on a recensé les enfants selon leur quartier (CV="Centre-ville", RD="Rive droite" et RG="Rive gauche") et leur situation familiale : (FC="Famille classique", FR="Famille recomposée" et FM="Famille monoparentale").

**Tableau des effectifs**

Quartier	CV	RD	RG	Total
FC	95	110	130	335
FR	10	35	60	105
FM	5	13	35	53
Total	110	158	225	493

**Q 1. (1 point)** Avec une confiance de 95%, que peut-on dire sur le lien entre le quartier d'origine et le milieu familial dans lequel vit un élève ? (i.e. ces deux caractères sont-ils indépendants ?)

Le ministère déplore une part relativement importante (8%) d'élèves perdus dans ce processus. Une enquête nationale a révélé que la part des enfants en échec du point de vue de la continuité pédagogique était de 5% chez les familles classiques, 12% chez les familles recomposées et 15% chez les familles monoparentales. On suppose que les familles de cette école, quel que soit leur lieu de résidence, se "comportent" conformément à ce que révèle l'enquête.

**Q 2. (0.5 point)** Quelle part d'enfants en échec de continuité pédagogique peut-on attendre pour cette école ?

**Q 3. (1 point)** Avec un risque d'erreur de 2%, peut-on considérer qu'elle est "mieux lotie" que le reste de la population par rapport à la réussite de la continuité pédagogique ? (i.e. le taux d'échec dans cet école est-il inférieur à 8% ?)

**Q 4. (0,5 point)** Louis est élève dans cette école et ne parvient pas à bénéficier du suivi pédagogique. Quelle est la probabilité qu'il soit issu d'une famille monoparentale ?

**Q 5. (1 point)** De quel quartier Louis est-il le plus probablement originaire ?

**Exercice 6 : Petites bêtes (3.5 points)**

Les médicaments pour traiter les maladies mentales ont souvent pour effet secondaire d'occasionner une prise de poids chez les patients. On veut tester la prise

de poids associée à un nouveau médicament contre la schizophrénie, avant sa commercialisation. On dispose de 10 rats de laboratoire adultes à qui on administre une dose constante du médicament pendant un mois. On note leur poids, en grammes, au début et à la fin de l'expérience.

Rat	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$
Poids début (g)	248	242	310	317	286	339	274	263	299	267	2845	818309
Poids fin (g)	336	293	333	308	338	340	337	316	293	328	3222	1041200

**Q 1. (1 point)** Avec un risque d'erreur de 5%, peut-on considérer que le médicament a un effet négatif sur le poids des rats ? (est-ce qu'il les fait grossir ?)

**Q 2. (0.5 point)** Au regard des informations disponibles dans la table statistique fournie, jusqu'à quel niveau de confiance peut-on soutenir la même conclusion ?

Supposons que les 20 mesures ci-dessus aient été obtenues à partir de deux échantillons indépendants de 10 rats.

**Q 3. (1 point)** Peut-on supposer (avec une confiance de 95%) que ces deux échantillons proviennent de populations ayant même variance ?

**Q 4. (1 point)** Dans ce cadre, et toujours avec un risque d'erreur de 5%, peut-on considérer que le médicament a un effet négatif sur le poids des rats ?

### Exercice 7 : Sésame ouvre-toi ! (3.5 points)

Une serrure est munie d'un clavier portant les touches marquées 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. Elle ouvre la porte lorsqu'on frappe dans l'ordre les chiffres d'un code  $(a, b, c, d)$  dont les quatre chiffres ne sont pas nécessairement distincts. Elle déclenche une alarme si les quatre chiffres successivement frappés  $(a', b', c', d')$  sont tels que  $a \neq a'$ ,  $b \neq b'$ ,  $c \neq c'$  et  $d \neq d'$ . Éventuellement, il peut donc ne rien se passer après une tentative.

Le propriétaire sait que les chiffres du code sont 1, 2, 3 et 4 mais il a oublié leur ordre. Il va donc faire un essai au hasard.

**Q 1. (0.5 points)** Établir la liste des codes possibles dans ce cas, déterminer les codes qui déclencheraient l'alarme et en déduire la probabilité qu'il déclenche l'alarme.

**Q 2. (0.5 points)** Quelle est la probabilité pour qu'un inconnu (qui ignore tout du vrai code) déclenche l'alarme ?

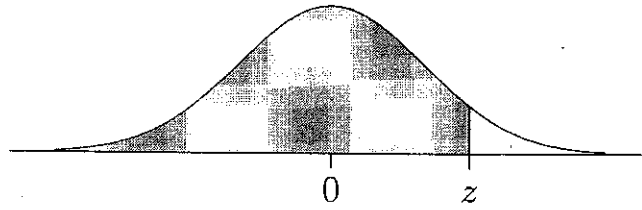
**Q 3. (0.5 points)** En cas d'erreur, le propriétaire va vouloir essayer à nouveau. Quelle est la probabilité  $P(O_n)$  que la porte s'ouvre au  $n^{\text{ème}}$  essai ? On supposera, pour simplifier, que, dans la limite des touches 1, 2, 3 et 4, ses essais sont indépendants et qu'il arrête ses essais dès que la porte s'ouvre ou que l'alarme se déclenche.

**Q 4. (0.5 points)** Cette expérience ressemble à une loi géométrique, mais n'en est pas une, expliquez pourquoi.

**Q 5. (1 point)** Si le propriétaire réitère ses essais jusqu'à ce que la porte s'ouvre ou que l'alarme se déclenche. Quelle est la probabilité qu'il réussisse à ouvrir la porte ?

**Q 6. (0.5 point)** Si c'est un inconnu qui se livre à la même expérience, quelle est la probabilité qu'il réussisse à ouvrir la porte ?

Fonction de Répartition Loi Normale  $\mathcal{N}(0, 1^2)$   
 $P(\mathcal{N}(0, 1^2) < z)$

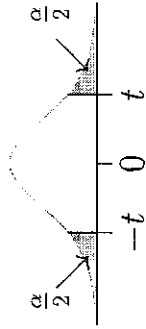


	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

### Loi de Student

Valeur de  $t$  ayant la probabilité  $\alpha$  d'être dépassée en module

$$P(|T_\nu| > t) = \alpha$$

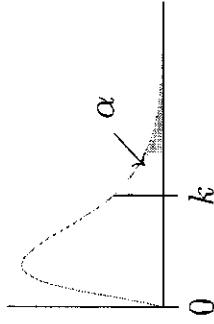


$\alpha$	0.3	0.25	0.2	0.15	0.1	0.05	0.02	0.01
$\nu = ddf$								
1	1.9626	2.4142	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567	
2	1.3862	1.6036	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248	
3	1.2498	1.4226	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409	
4	1.1896	1.3444	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041	
5	1.1558	1.3009	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321	
6	1.1342	1.2733	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	
7	1.1192	1.2543	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995	
8	1.1081	1.2403	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554	
9	1.0987	1.2297	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	
10	1.0931	1.2213	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	
11	1.0877	1.2145	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058	
12	1.0832	1.2089	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545	
13	1.0795	1.2041	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	
14	1.0763	1.2001	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	
15	1.0735	1.1967	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467	
16	1.0711	1.1937	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	
17	1.0690	1.1910	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	
18	1.0672	1.1887	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784	
19	1.0655	1.1866	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609	
20	1.0640	1.1848	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453	
21	1.0627	1.1831	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314	
22	1.0614	1.1815	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188	
23	1.0603	1.1802	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073	
24	1.0593	1.1789	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969	
25	1.0584	1.1777	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874	
26	1.0575	1.1766	1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787	
27	1.0567	1.1756	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707	
28	1.0560	1.1747	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633	
29	1.0553	1.1739	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564	
30	1.0547	1.1731	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500	
40	1.0500	1.1673	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045	
50	1.0473	1.1639	1.2987	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778	
60	1.0455	1.1616	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603	
70	1.0442	1.1600	1.2938	1.6669	1.9944	2.3808	2.6479	
80	1.0432	1.1588	1.2922	1.6641	1.9901	2.3739	2.6387	
90	1.0424	1.1578	1.2910	1.6620	1.9867	2.3685	2.6316	
100	1.0418	1.1571	1.2901	1.6602	1.9840	2.3642	2.6259	
110	1.0413	1.1565	1.2893	1.6588	1.9818	2.3607	2.6213	
120	1.0409	1.1559	1.2886	1.6577	1.9799	2.3578	2.6174	
$\infty$	1.0364	1.1503	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	

### Loi de $\chi^2$

Valeur de  $k$  ayant la probabilité  $\alpha$  d'être dépassée

$$P(\chi_\nu^2 > k) = \alpha$$



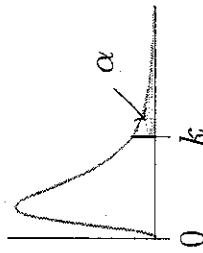
$\alpha$	0.99	0.975	0.95	0.9	0.5	0.1	0.05	0.025	0.01
$\nu = ddf$									
1	0.000	0.001	0.004	0.016	0.455	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.020	0.051	0.103	0.211	1.386	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.115	0.216	0.352	0.584	2.366	6.251	7.815	9.348	11.345
4	0.297	0.484	0.711	1.064	3.357	7.779	9.488	11.143	13.277
5	0.554	0.831	1.145	1.610	4.351	9.236	11.070	12.833	15.086
6	0.872	1.237	1.635	2.204	5.348	10.645	12.592	14.449	16.812
7	1.239	1.690	2.167	2.833	6.346	12.017	14.067	16.013	18.475
8	1.646	2.180	2.733	3.490	7.344	13.362	15.507	17.535	20.090
9	2.088	2.700	3.325	4.168	8.343	14.684	16.919	19.023	21.666
10	2.558	3.247	3.940	4.865	9.342	15.987	18.307	20.483	23.209
11	3.053	3.816	4.575	5.578	10.341	17.275	19.675	21.920	24.725
12	3.571	4.404	5.226	6.304	11.340	18.549	21.026	23.337	26.217
13	4.107	5.009	5.892	7.042	12.340	19.812	22.362	24.736	27.688
14	4.660	5.629	6.571	7.790	13.339	21.064	23.685	26.119	29.141
15	5.229	6.262	7.261	8.547	14.339	22.307	24.996	27.488	30.578
16	5.812	6.908	7.962	9.312	15.338	23.542	26.296	28.845	32.000
17	6.408	7.564	8.672	10.085	16.338	24.769	27.587	30.191	33.409
18	7.015	8.231	9.390	10.865	17.338	25.989	28.869	31.526	34.805
19	7.633	8.907	10.117	11.651	18.338	27.204	30.144	32.852	36.191
20	8.260	9.591	10.851	12.443	19.337	28.412	31.410	34.170	37.566
21	8.897	10.283	11.591	13.240	20.337	29.615	32.671	35.479	38.932
22	9.542	10.982	12.338	14.041	21.337	30.813	33.924	36.781	40.289
23	10.196	11.689	13.091	14.848	22.337	32.007	35.172	38.076	41.638
24	10.856	12.401	13.848	15.659	23.337	33.196	36.415	39.364	42.980
25	11.524	13.120	14.611	16.473	24.337	34.382	37.652	40.646	44.314
26	12.198	13.844	15.379	17.292	25.336	35.563	38.885	41.923	45.642
27	12.879	14.573	16.151	18.114	26.336	36.741	40.113	43.195	46.963
28	13.565	15.308	16.928	18.939	27.336	37.916	41.337	44.461	48.278
29	14.256	16.047	17.708	19.768	28.336	39.087	42.557	45.722	49.588
30	14.953	16.791	18.493	20.599	29.336	40.256	43.773	46.979	50.892
40	22.164	24.433	26.509	29.051	39.335	51.805	55.758	59.342	63.691
50	29.707	32.357	34.764	37.689	49.335	63.167	67.505	71.420	76.154
60	37.485	40.482	43.188	46.459	59.335	74.397	79.082	83.298	88.379
70	45.442	48.758	51.739	55.329	69.334	85.527	90.531	95.023	100.425
80	53.540	57.153	60.391	64.278	79.334	96.578	101.879	106.629	112.329
90	61.754	65.647	69.126	73.291	89.334	107.565	113.145	118.136	124.116
100	70.065	74.222	77.929	82.358	99.334	118.480	124.342	129.561	135.807
110	78.458	82.867	86.792	91.471	109.334	129.385	135.480	140.917	147.414
120	86.923	91.573	95.705	100.624	119.334	140.233	146.567	152.211	158.950

# Loi de Fisher-Snedecor

Valeur de  $f$  ayant la probabilité  $\alpha$  d'être dépassée

$$P(F_{\nu_1, \nu_2} > f) = \alpha$$

$$\alpha = 2.5\%$$



$\nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	647.8	799.5	864.2	899.6	921.8	937.1	948.2	956.7	963.3	968.6	973.0	976.7	979.8	982.5	984.9	986.9	988.7	990.3	991.8	993.1
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.41	39.42	39.43	39.43	39.44	39.44	39.44	39.45	39.45
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.37	14.34	14.30	14.28	14.25	14.23	14.21	14.20	14.18	14.17
4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.79	8.75	8.71	8.68	8.66	8.63	8.61	8.59	8.58	8.56
5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.57	6.52	6.49	6.46	6.43	6.40	6.38	6.36	6.34	6.33
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.41	5.37	5.33	5.30	5.27	5.24	5.22	5.20	5.18	5.17
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.71	4.67	4.63	4.60	4.57	4.54	4.52	4.50	4.48	4.47
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.24	4.20	4.16	4.13	4.10	4.08	4.05	4.03	4.02	4.00
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.91	3.87	3.83	3.80	3.77	3.74	3.72	3.70	3.68	3.67
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.66	3.62	3.58	3.55	3.52	3.50	3.47	3.45	3.44	3.42
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.47	3.43	3.39	3.36	3.33	3.30	3.28	3.26	3.24	3.23
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.32	3.28	3.24	3.21	3.18	3.15	3.13	3.11	3.09	3.07
13	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.20	3.15	3.12	3.08	3.05	3.03	3.00	2.98	2.96	2.95
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15	3.09	3.05	3.01	2.98	2.95	2.92	2.90	2.88	2.86	2.84
15	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	3.01	2.96	2.92	2.89	2.86	2.84	2.81	2.79	2.77	2.76
16	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99	2.93	2.89	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74	2.72	2.70	2.68
17	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98	2.92	2.87	2.82	2.79	2.75	2.72	2.70	2.67	2.65	2.63	2.62
18	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87	2.81	2.77	2.73	2.70	2.67	2.64	2.62	2.60	2.58	2.56
19	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82	2.76	2.72	2.68	2.65	2.62	2.59	2.57	2.55	2.53	2.51
20	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.72	2.68	2.64	2.60	2.57	2.55	2.52	2.50	2.48	2.46
21	5.83	4.42	3.82	3.48	3.25	3.09	2.97	2.87	2.80	2.73	2.68	2.64	2.60	2.56	2.53	2.51	2.48	2.46	2.44	2.42
22	5.79	4.38	3.78	3.44	3.22	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70	2.65	2.60	2.56	2.53	2.50	2.47	2.45	2.43	2.41	2.39
23	5.75	4.35	3.75	3.41	3.18	3.02	2.90	2.81	2.73	2.67	2.62	2.57	2.53	2.50	2.47	2.44	2.42	2.39	2.37	2.36
24	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64	2.59	2.54	2.50	2.47	2.44	2.41	2.39	2.36	2.35	2.33
25	5.69	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68	2.61	2.56	2.51	2.48	2.44	2.41	2.38	2.36	2.34	2.32	2.30
26	5.66	4.27	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65	2.59	2.54	2.49	2.45	2.42	2.39	2.36	2.34	2.31	2.29	2.28
27	5.63	4.24	3.65	3.31	3.08	2.92	2.80	2.71	2.63	2.57	2.52	2.47	2.43	2.39	2.36	2.34	2.31	2.29	2.27	2.25
28	5.61	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.37	2.34	2.32	2.29	2.27	2.25	2.23
29	5.59	4.20	3.61	3.27	3.04	2.88	2.76	2.67	2.59	2.53	2.48	2.43	2.39	2.36	2.32	2.30	2.27	2.25	2.23	2.21
30	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.31	2.28	2.26	2.23	2.21	2.20
40	5.42	4.05	3.46	3.13	2.90	2.74	2.62	2.53	2.45	2.39	2.33	2.29	2.25	2.21	2.18	2.15	2.13	2.11	2.09	2.07
50	5.34	3.97	3.39	3.05	2.83	2.67	2.55	2.46	2.38	2.32	2.26	2.22	2.18	2.14	2.11	2.08	2.06	2.03	2.01	1.99
60	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33	2.27	2.22	2.17	2.13	2.09	2.06	2.03	2.01	1.98	1.96	1.94
80	5.22	3.86	3.28	2.95	2.73	2.57	2.45	2.35	2.28	2.21	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.97	1.95	1.92	1.90	1.88
100	5.18	3.83	3.25	2.92	2.70	2.54	2.42	2.32	2.24	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00	1.97	1.94	1.91	1.89	1.87	1.85
200	5.10	3.76	3.18	2.85	2.63	2.47	2.35	2.26	2.18	2.11	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.87	1.84	1.82	1.80	1.78
$\infty$	5.02	3.69	3.12	2.79	2.57	2.41	2.29	2.19	2.11	2.05	1.99	1.94	1.90	1.87	1.83	1.80	1.78	1.75	1.73	1.71